9. EYLEMSİZLİK MOMENTİ

AMAÇLAR

1. Eylemsizlik momenti kavramını öğrenmek.
2. Bazı geometrik cisimlerin deneysel olarak eylemsizlik momentlerini elde etmek.
3. Eylemsizlik momentinin toplanabilirlik özelliğini test etmek.

ARAÇLAR

Dönme dinamiği aygıtı, tork makarası, ip ve ip tutucu, kütle tutucu (5 g) ve 5 g ‘lık kütle, alüminyum disk, alüminyum levha, çelik çubuk, küçük çelik halka ve büyük çelik halka.

EYLEMSİZLİK MOMENTİ

Newton’un ikinci yasasının dönme hareketi yorumu olan $\vec{\tau} = I\,\vec{\propto}$ bağıntısı, çizgisel hareket denklemi $\vec{F} = m\vec{a}$ ‘ya benzerlik göstermektedir. Fakat dönme hareketinde bazı farklılıklar söz konusudur. Çünkü tork kuvvetten, eylemsizlik momentide kütleden daha karmaşıktır. Ayrıca dönme hareketi için geçerli olan bu hareket denklemi yalnız sabit eksenler etrafındaki dönme hareketi için geçerlidir.

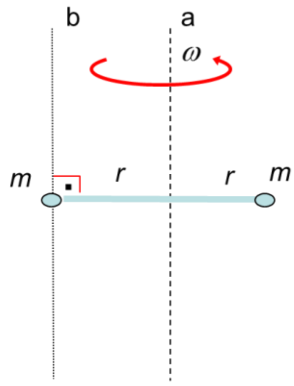
Eylemsizlik momenti dönme hareketi yapan bir cismin dönme eylemsizliği olarak tanımlanabilir ve birimi MKS birim sisteminde kgm^2 ‘dir. Başka bir deyişle bir cismin dönme hareketindeki değişimlere karşı gösterdiği direnç, eylemsizlik momenti ile ölçülür. Noktasal bir cismin sabit bir dönme eksenine göre eylemsizlik momenti

$$I = mr^2$$

dir. Burada m cismin kütlesi, r ise cismin dönme eksenine olan dik uzaklığıdır. N tane noktasal parçacıktan oluşan bir kütle dağılımının, belirli bir dönme eksenine göre eylemsizlik momenti ise

$$I = \sum_{i=1}^{N} m_i\, r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots + m_N r_N^2$$

şeklinde ifade edilir. Burada $m_1, m_2, \ldots, m_N$ noktasal parçacıkların kütleleri, $r_1, r_2, \ldots, r_N$ ise kütlelerin sırasıyla bu eksene olan dik uzaklıklarıdır. Dolayısıyla eylemsizlik momenti dönen cismin kütlesine, dönme ekseninin seçimine ve cismin geometrisine bağlıdır ve tek bir değeri yoktur. Örnek olarak aşağıdaki gibi iki noktasal cisimden oluşan bir sistem düşünelim.



Bu kütle sisteminin, kütle merkezinden geçen a-eksenine göre eylemsizlik momenti

$$I_a = mr^2 + mr^2 = 2mr^2$$

iken, b-eksenine göre eylemsizlik momenti

$$I_b = m(2r)^2 = 4mr^2$$

olacaktır.

Sürekli kütle dağılımı olan katı cisimler için toplam ifadesi integrale dönüşür. Bir cisim sonsuz küçüklükteki dm kütlelerinden meydana geliyorsa, bu cismin eylemsizlik momenti

$$I = \int r^2\, dm.$$

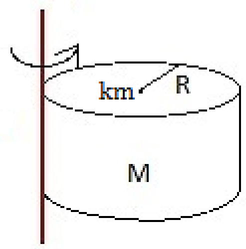
olur. Eylemsizlik momenti ile ilgili iki teorem mevcuttur.

a) Eylemsizlik Momentinin Toplanabilirliği

Bir kütle dağılımı, eylemsizlik momentleri I_1 ve I_2 olan iki cisimden oluşuyorsa, bu bileşik sistemin toplam eylemsizlik momenti $I_{toplam} = I_1 + I_2$ olarak bulunur.

b) Paralel Eksen Teoremi

Bir sistemin kütle merkezinden geçen bir eksene göre eylemsizlik momenti I_{km} olmak üzere, bu eksene paralel herhangi bir eksene göre eylemsizlik momenti $I = I_{km} + m\ell^2$ denklemiyle verilir. Burada m cismin kütlesini, ℓ ise iki eksen arasındaki dik uzaklığı ifade eder. Örneğin, şekildeki M kütleli ve R yarıçaplı katı silindirin kenarından geçen ve kütle merkezine paralel olan bir eksene göre eylemsizlik momenti



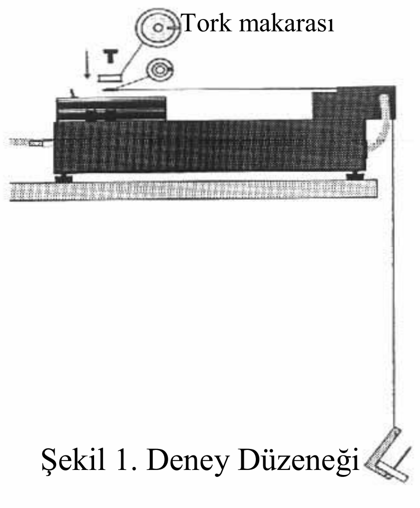
$$I = I_{km} + MR^2$$

olarak yazılır.

DENEYİN YAPILIŞI

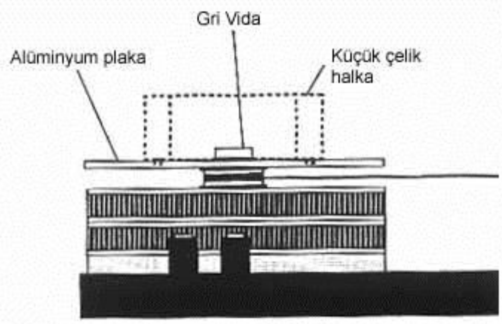
Bu deneyde, cisme bir tork uygulanıp hareketin açısal ivmesi bulunacak ve $|\vec{\tau}| = I_{toplam}|\vec{\propto}|$ bağıntısından yararlanarak dönen katı cisimlerin eylemsizlik momentleri elde edilecektir. Bunun için aşağıdaki adımlar sırasıyla takip edilir.

1. Sabit tork uygulamak üzere Şekil 1 'deki gibi düzenek hazırlanır. Üstte alüminyum disk ve tork makarası takılır ve her iki subap mili bekleme yuvasına yerleştirilir. Bu sayede alt çelik disk taban üzerinde sabit olarak durur. Kütle tutucuya 5 g 'lık kütle takılır ve toplamda m=0,01 kg 'lık kütle için göstergeden okunan R_i değerleri (ilk değer hariç) ilgili tabloya kaydedilir.



Şekil 1. Deney Düzeneği

2. Daha sonra alüminyum disk üzerine sırasıyla çelik çubuk, alüminyum levha, küçük çelik halka, büyük çelik halka ve her iki halka beraber takılarak tekrar R_i ölçümleri yapılır. Çelik çubuk alüminyum disk üzerine kırmızı vidayla, halkalar ise alüminyum plaka yardımıyla gri vidayla tutturulur (bk. Şekil 2). Halkaların dönme esnasında kaymalarını önlemek için, alt kısımlarında yer alan çıkıntılar, alüminyum plaka üzerindeki deliklere yerleştirilir.



Şekil 2. Halkaların Yerleştirilmesi

VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ

1. Açısal ivme değerlerini her bir dönen sistem için $|\vec{\alpha}_i| = \frac{1}{2}\kappa(R_{i+1} - R_i)$ rad/s^2 bağıntısını kullanarak hesaplayınız ve $|\vec{\alpha}_{ort}|$ bulunuz. Sonuçlarınızı virgülden sonra iki basamak yazınız (Ör.: 1,23 rad/s^2). Burada κ=0,0314 rad/çizgi ‘dir.

2. Tork $|\vec{\tau}| \cong m|\vec{g}||\vec{r}|$ kgm^2/s^2 ve dönen cisimlerin (disk, çubuk, levha, küçük halka ve büyük halka) teorik eylemsizlik momentlerini kgm^2 cinsinden raporunuzda verilen bağıntıları kullanarak hesaplayınız. Yaptığınız işlemleri açık bir şekilde ifade ederek sonuçlarınızı ilgili tabloya bilimsel notasyonda kaydediniz (Ör.: 1,23x10^{-3}).

3. Her bir dönen sistem için toplam eylemsizlik momentini, $I_{toplam} = \frac{|\vec{\tau}|}{|\vec{\alpha}_{ort}|}$ ifadesinden yararlanarak hesaplayınız

4. Eylemsizlik momentinin toplanabilirlik özelliğinden yararlanarak dönen katı cisimlerin deneysel eylemsizlik momentlerini hesaplayınız ve sonuçlarınızı yine bilimsel notasyonda kaydediniz. Örneğin ilk durumda sistemde sadece disk takılı olduğu için $I_{disk} = I_{toplam}$ bağıntısı elde edilecek ama ikinci durumda sistemde disk ve çubuk beraber takılı olduğu için $I_{çubuk} = I_{toplam} - I_{disk}$ olacaktır.

5. Deneysel sonuçlarınız ne ölçüde tutarlıdır? Bunu anlayabilmek için yüzdelik bağıl hata hesabı yapınız (Ör.: %1).